Leiðari í rafstöðusviði

Stórsær skali, slökunartími

Í jafnvægi gildir innan leiðara

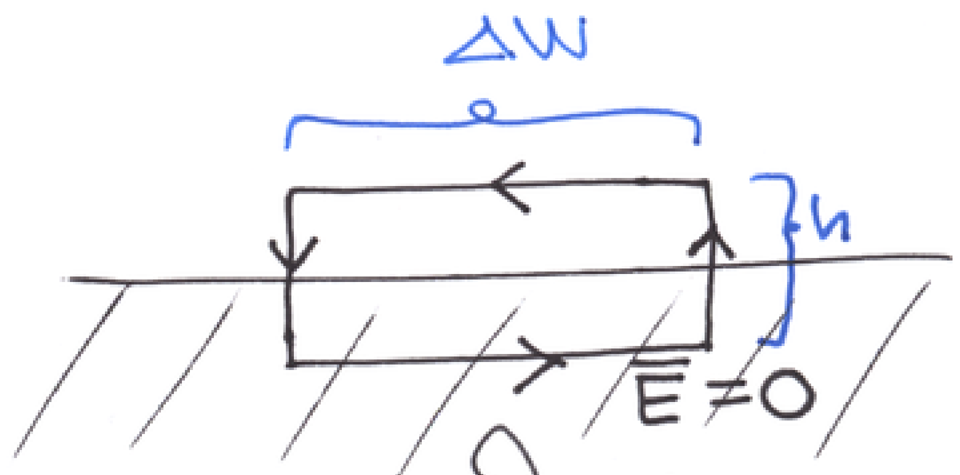
$$\rho = 0$$

$$\bar{E} = 0$$

Leiðari getur verið með yfirborðshleðslu ρ_s

Þáttur $\bar{E}$ samhliða yfirb. við málmyfirborð (leiðara)

$$\bar{E}_t = 0$$

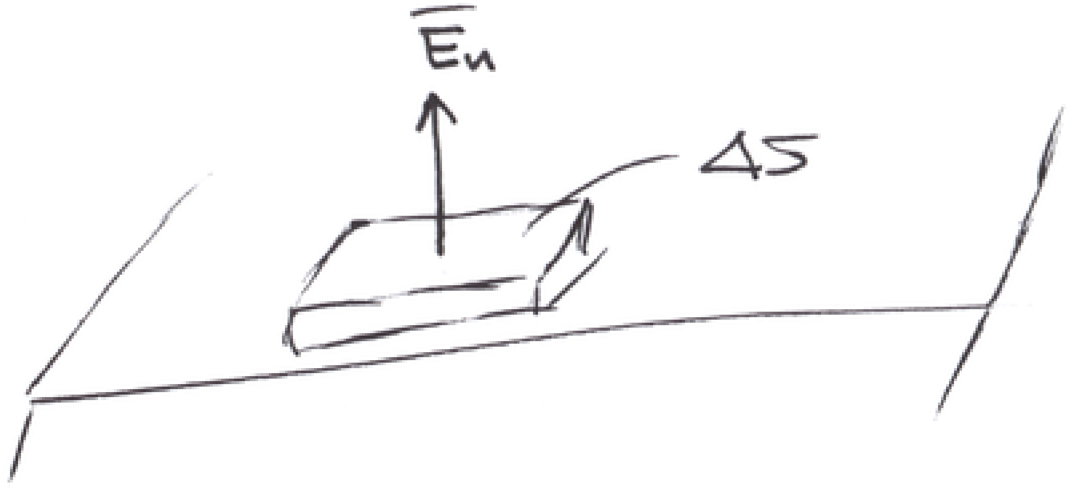


$$\oint \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

$$= E_t \Delta w \quad \text{þ. } \Delta h \to 0$$

$$\to \bar{E}_t = 0$$

Þverþáttur $\bar{E}$ við yfirborð leiðara



$$\oint_S \bar{E}\cdot d\bar{S} = \bar{E}_n \cdot \Delta \bar{S} = \frac{\rho_s \Delta S}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \quad E_n = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$$

<u>Innan leiðara</u> $\quad \bar{E} = 0\,, \ \rho = 0 \quad$ í <u>jafnvægi</u>

<u>Jaðarskilyrði við yfirborð</u>

$$\bar{E}_t = 0$$

$$E_n = \frac{\rho_s}{\epsilon_0}$$

Rafsviðið er alstaðar <u>hornrétt</u> á yfirborð leiðara

yfirborðið er <u>jafnspennuflötur</u>

Rafsvarar í rafstöðufræði

Til eru mism. framsetn.
Við fylgjum bók hér.

Stórsær <-> Smásær skali

* Frjálsar hleðslur
(hreyfanlegar rafeindir....
leiðni rafeindir)

* Bundnar hleðslur
(þéttbundnar rafeindir
hægt að hnika til)

↳ Skautun

ytra rafsvið getur hnikað
til rafeindum í atómum,
sameindum ....

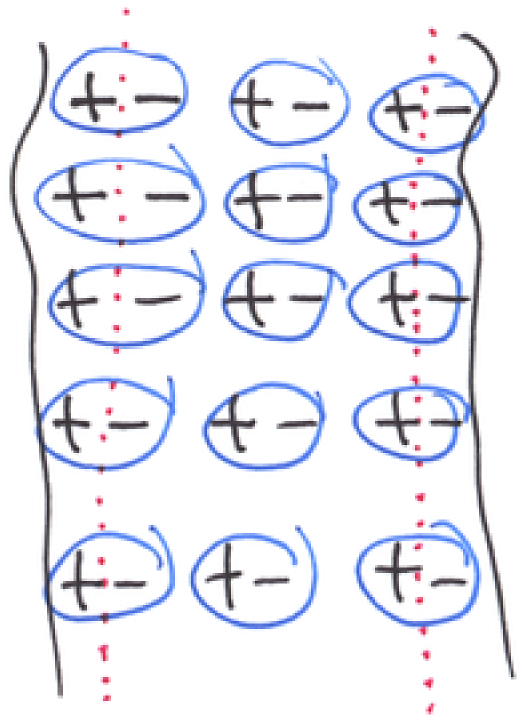
Sumar sameindir eru
skautaðar, ytra svið
raðar skautunum upp.

Sum efni halda skautunar
uppröðun án ytra sviðs
(undir vissu hitastigi)

↑

(e. electret)

Rafsvari



hvert lítið rúmfrymi dv' gefur tvískauts-mætti í p. $\bar{r}$

$$dV = \frac{\bar{P} \cdot \hat{a}_R}{4\pi\epsilon_0 R^2}\, dv' , \quad \bar{P} = \bar{P}(\bar{r}')$$

Heildarrafstöðumættið er því

$$V(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} dv' \, \frac{\bar{P} \cdot \hat{a}_R}{R^2} , \quad R = |\bar{r} - \bar{r}'|$$

Skautun leiðir til yfirborðhleðslu (fastrar)

þessa jöfnu má umskrifa sem

$$V(\bar{r}) = \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_{S'} \frac{\bar{P} \cdot \hat{a}_n}{R}\, ds'}_{\text{yfirborðsliður}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{(-\bar{\nabla}' \cdot \bar{P})}{R}\, dv'}_{\text{bolliður}}$$

Form heildanna bendir á túlkun

$$\boxed{\begin{aligned} \overline{P}\cdot\hat{a}_n &= \rho_{ps} \\ -\overline{\nabla}\cdot\overline{P} &= \rho_p \end{aligned}}$$

yfirborðshleðsla vegna skautunar

bolhleðsla v. skautunar

Skautaðarafsvarann má skipta út fyrir ρ_{ps} og ρ_p (hleðsluþéttleika)

Rafsviði í kerfi með rafsvara má því reikna frá

$$\overline{\nabla}\cdot\overline{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\overbrace{(\rho + \rho_p)}^{\text{heildar stórsæa hleðslan}}$$

ρ er því stórsæa frjálsa (hreyfanlega) hleðslan

(Hér eru til önnur byrjunarsjónarmið, hleðslur utan agnanna)

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{E} = \frac{1}{\epsilon_0}(\rho+\rho_P) = \frac{1}{\epsilon_0}(\rho-\bar{\nabla}\cdot\bar{P})$$

$$\rightarrow \quad \bar{\nabla}\cdot(\epsilon_0\bar{E}+\bar{P}) = \rho$$

Skilgreinum færslusviðið $\bar{D}$ þ.a.

$$\bar{\nabla}\cdot\bar{D} = \rho$$

þægilegra form þ.s. okkur finnst sem við stjórnum frjálsu hleðslunum

Við þekkjum ρ í upphafi, en ekki ρ_P

með

$$\bar{D} = \epsilon_0\bar{E}+\bar{P}$$

$\rightarrow$ því verður þetta á heildisformi

$$\oint\bar{D}\cdot d\bar{a} = Q$$

Varúð, ekki er til Coulombs lögmál fyrir D, ekki er víst að $\bar{\nabla}\times\bar{D}=0$.
T.D. er $\bar{\nabla}\times\bar{P}\neq 0$ í einf. stangar "electret". Ekkert mætti er til fyrir $\bar{D}$!

Í flestum efnum er $\overline{P}(\overline{E})$

Í efni með línulega og einsleita svörun gildir

$$\overline{P} = \epsilon_0 \chi_e \overline{E}$$

þar sem χ_e er rafviðtak

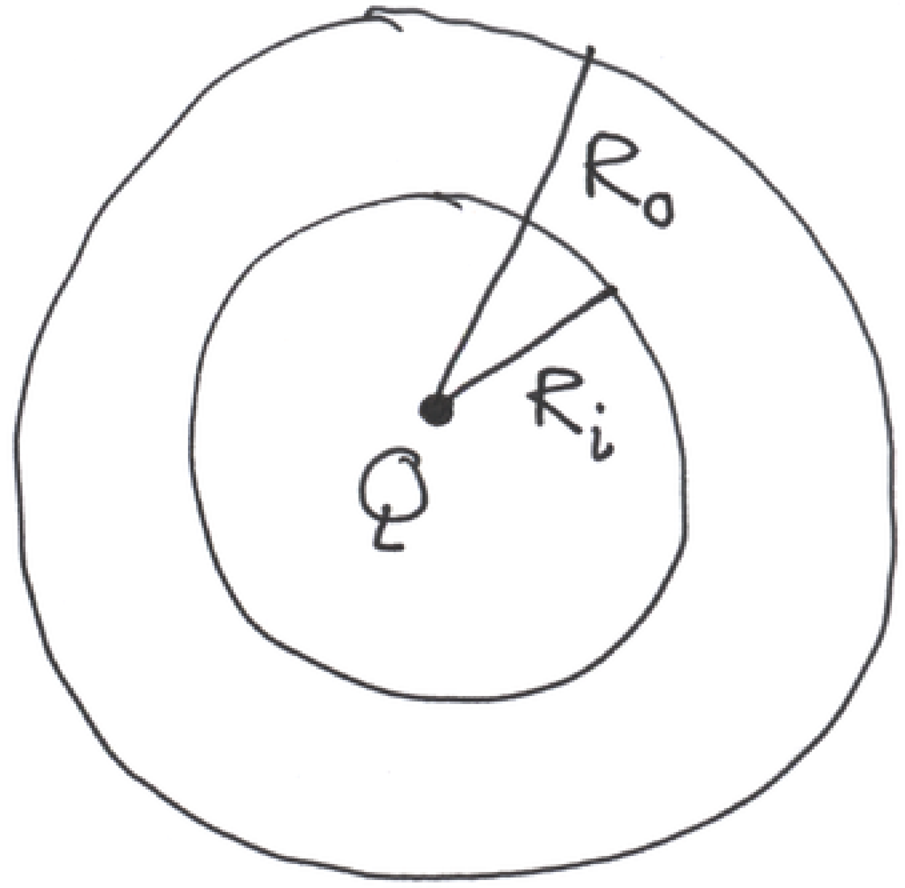
$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E} + \overline{P} = \epsilon_0 (1+\chi_e) \overline{E}$$

$$= \epsilon_0 \epsilon_r \overline{E} = \epsilon \overline{E}$$

Almennt er ϵ í raun tensor háður tíðni og bylgjulengd (Reiknanlegt frá efniseiginleikum með eðlisfræði þéttefnis)

Dæmi

Jákvæð punkt hleðsla Q í miðju rafsvarakúluskeljar með geisla $R_i < R_o$



finna $\overline{E}$, V, $\overline{D}$ og $\overline{P}$

$\underline{R > R_o}$

Rafsviðið er óháð um Gauss lögmál

$$E_{R1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o R^2}$$

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o R}$$

$$\bar{P} = 0 \to D_{R1} = \epsilon_o E_{R1}$$

$\underline{R_i < R < R_o}$

Gauss

$$E_{R2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon R^2}$$

$$\to D_{R2} = \epsilon E_{R2} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

$$\bar{P} = \bar{D} - \epsilon_o \bar{E}$$

$$\to P_{R2} = \frac{Q}{4\pi R^2}\left(1 - \frac{\epsilon_o}{\epsilon}\right) = \frac{Q}{4\pi R^2}\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

því $\epsilon = \epsilon_o \epsilon_r$

$$V_2 = -\int_{\infty}^{R_o} E_{R1}\,dR - \int_{R_o}^{R} E_{R2}\,dR$$

$$= V_1(R_o) - \frac{Q}{4\pi\epsilon}\int_{R_o}^{R} \frac{dR}{R^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_o}\left\{\frac{1}{R_o} + \frac{1}{\epsilon_r R} - \frac{1}{\epsilon_r R_o}\right\}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_o}\left\{\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)\frac{1}{R_o} + \frac{1}{\epsilon_r R}\right\}$$

$R < R_i$

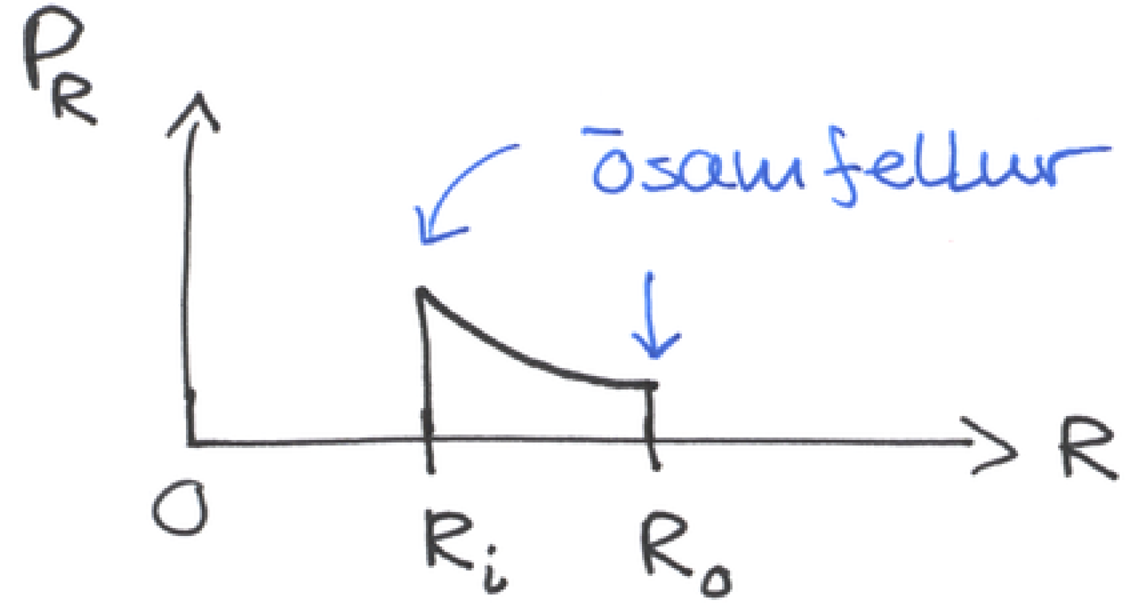
$$E_{R3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

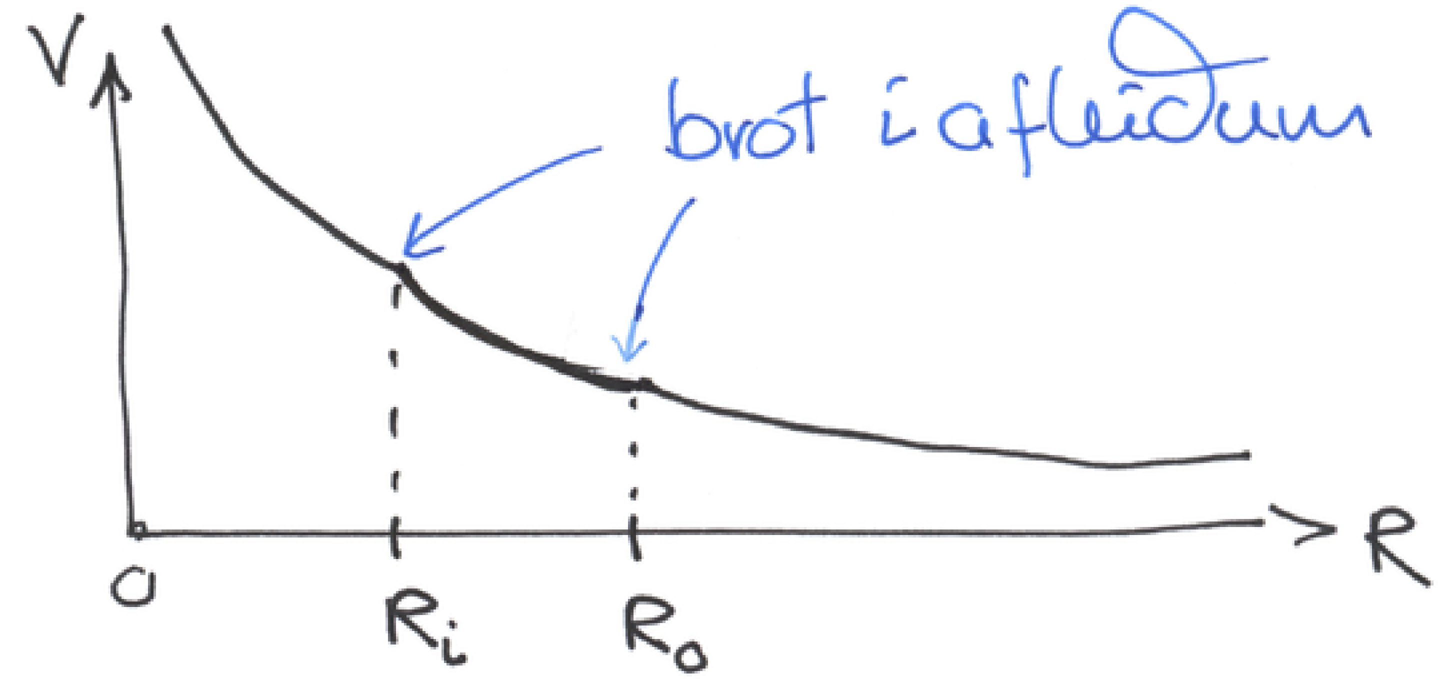
$$D_{R3} = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

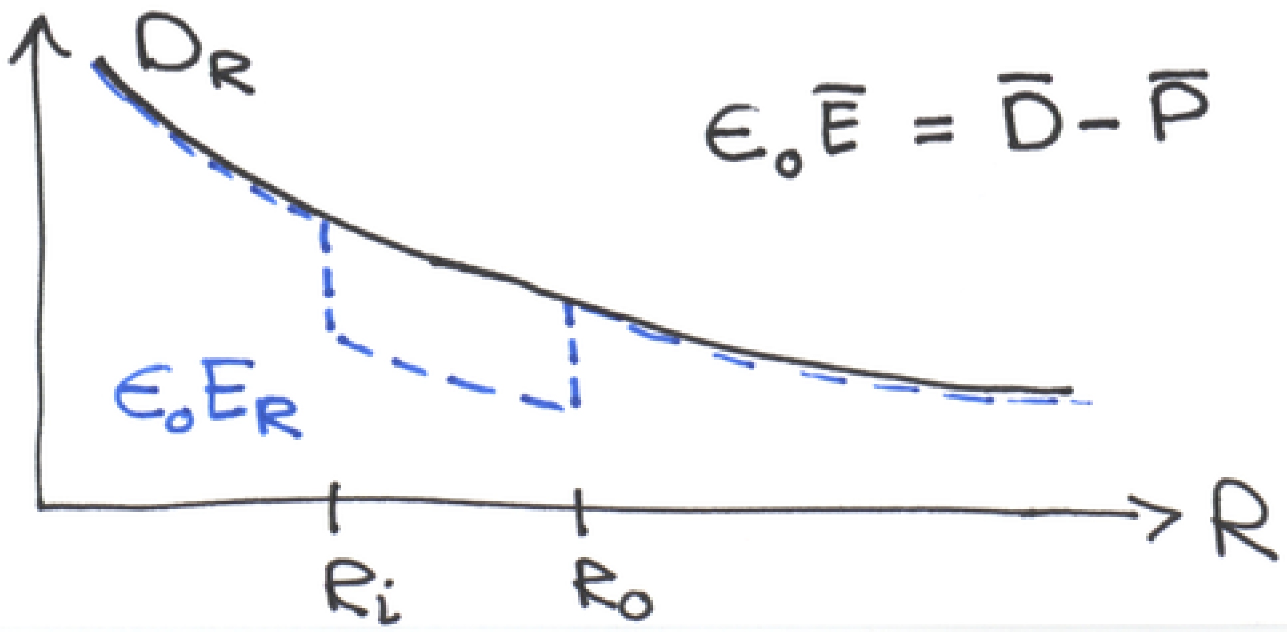
$$P_{R3} = 0$$

$$V_3 = V_2(R_i) - \int_{R_i}^{R} E_{R3}\, dR$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left\{\left(1-\frac{1}{\epsilon_r}\right)\frac{1}{R_o} - \left(1-\frac{1}{\epsilon_r}\right)\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R}\right\}$$







$$\epsilon_o \bar{E} = \bar{D} - \bar{P}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_{ps}(R_i) &= \bar{P}\cdot(-\hat{a}_R)\Big|_{R=R_i} = -\left(1-\frac{1}{\epsilon_r}\right)\frac{Q}{4\pi R_i^2} \\ \rho_{ps}(R_o) &= \left(1-\frac{1}{\epsilon_r}\right)\frac{Q}{4\pi R_o^2}, \quad \rho_p = 0 \end{aligned}}$$

Styrkur rafsvara

sjá töflu 3-1

Jaðarskilyrði á mörkum tveggja rafsvara

$$\boxed{\bar{E}_{1t} = \bar{E}_{2t}} \qquad \left(\frac{\bar{D}_{1t}}{\epsilon_1} = \frac{\bar{D}_{2t}}{\epsilon_2} \right)$$

$$\boxed{\hat{a}_{n2} \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) = \rho_s}$$ hleðsluþéttleiki yfirborðs

einingarvigur út úr efni 2

Rýmd í fjölleiðarakerfi

N leiðarar með Q_i og V_i

$$V_1 = p_{11} Q_1 + \cdots p_{1N} Q_N$$

$$\vdots$$

$$V_N = p_{N1} Q_1 + \cdots p_{NN} Q_N$$

mættisstuðlar

hægt að snúa við

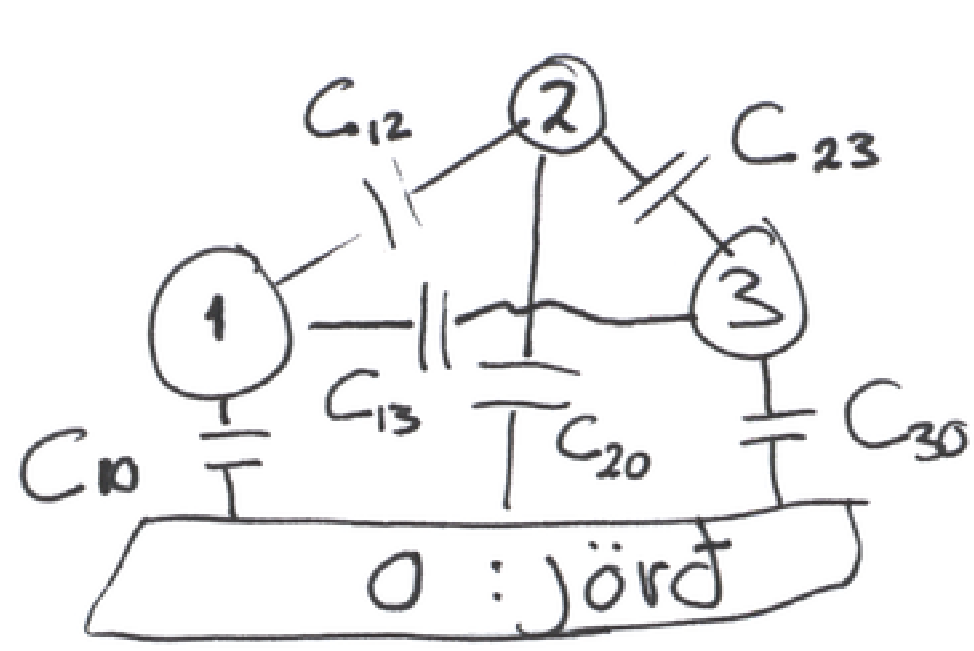
$$Q_1 = C_{11} V_1 + \cdots C_{1N} V_N$$

$$\vdots$$

$$Q_N = C_{N1} V_1 + \cdots C_{NN} V_N$$

C_{ii} : rýmdarstuðlar

C_{ji} $(i \neq j)$: spanstuðlar



$$Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} V_2 + C_{13} V_3$$

$$Q_2 = C_{12} V_1 + C_{22} V_2 + C_{23} V_3$$

$$Q_3 = C_{13} V_1 + C_{23} V_2 + C_{33} V_3$$

eða með „hlut rýmd $\mathbb{C}_i$"

$$Q_1 = \mathbb{C}_{10} V_1 + \mathbb{C}_{12}(V_1 - V_2) + \mathbb{C}_{13}(V_1 - V_3)$$

$$Q_2 = \mathbb{C}_{20} V_2 + \mathbb{C}_{12}(V_2 - V_1) + \mathbb{C}_{23}(V_2 - V_3)$$

$$Q_2 = \mathbb{C}_{30} V_3 + \mathbb{C}_{13}(V_3 - V_1) + \mathbb{C}_{23}(V_3 - V_2)$$

Sem má endurraða

$$Q_1 = (\mathbb{C}_{10} + \mathbb{C}_{12} + \mathbb{C}_{13})V_1 - \mathbb{C}_{12}V_2 - \mathbb{C}_{13}V_3$$

$$Q_2 = -\mathbb{C}_{12}V_1 + (\mathbb{C}_{20} + \mathbb{C}_{12} + \mathbb{C}_{23})V_2 - \mathbb{C}_{23}V_3$$

$$Q_3 = -\mathbb{C}_{13}V_1 - \mathbb{C}_{23}V_2 + (\mathbb{C}_{30} + \mathbb{C}_{13} + \mathbb{C}_{23})V_3$$

$$\Downarrow$$

$$C_{11} = \mathbb{C}_{10} + \mathbb{C}_{12} + \mathbb{C}_{13}$$

$$C_{22} = \mathbb{C}_{20} + \mathbb{C}_{12} + \mathbb{C}_{23}$$

$$C_{33} = \mathbb{C}_{30} + \mathbb{C}_{13} + \mathbb{C}_{23}$$

$$C_{12} = -\mathbb{C}_{12}$$

$$C_{23} = -\mathbb{C}_{23}$$

$$C_{13} = -\mathbb{C}_{13}$$

rýmd leiðara i til allra hinna tengdra við jörð

→ snúa við

afstöð hlutrýmd

$$\mathbb{C}_{10} = C_{11} + C_{12} + C_{13}$$

$$\mathbb{C}_{20} = C_{22} + C_{12} + C_{23}$$

$$\mathbb{C}_{30} = C_{33} + C_{13} + C_{23}$$

Rýmdleiðara til jarðar

Orka í hleðslu uppröðun

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} Q_k V_k}$$

Jöfn vinnunni sem þarf til að raða hleðslum saman frá "∞"

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} dv'\, \rho V}$$

$\longleftarrow$ sjálforka innifalin

táknað við svið

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} dv'\, \overline{D}\cdot\overline{E}}$$