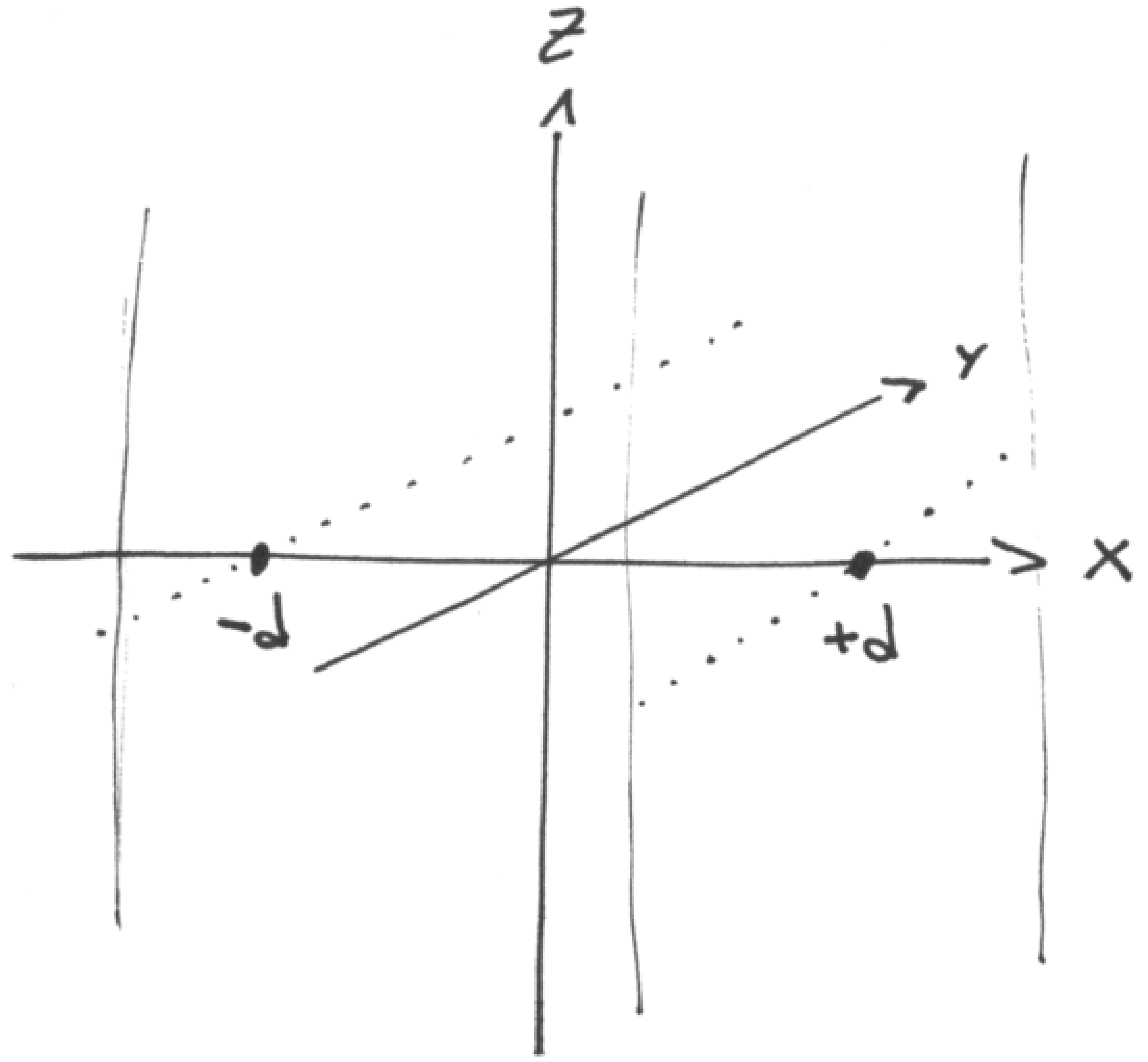
(1)



a) Hellan er einsleit í y-z-sléttu því getur ekki verið rafsvið í ~~þessar~~ stefnur.
Í henni miðri þegar x=0 er hellan samhverf m.t.t. x því getur heldur ekkert rafsvið verið þar í x-stefnu.

b) finna rafsvið í öllum punktum rúmsins. Vegna niðurstöðunnar í a-lið veljum við tvo samsíða fleti í Gauß-flöt, báðir eru samsíða y-z-sléttu, annar er í x=0, en hinn í einhverju x-i. Þar sem ekkert rafsvið liggur í aðrar stefnur en x þarf ekki að taka fletina sem loka þessu y tilboði. Þeir eru samsíða x og því liggur ekkert rafsvið um þá

Hugsum okkur þessa tvo Gauß-fleti með flatarmál A

$$\oint \bar{E}\cdot d\bar{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}\,, \qquad \rho \geq 0$$

Hleðslan innan Gauß-yfirborðs

fyrir $0 < x \leq d$

$$\Phi = \bar{E}\cdot\bar{A} = EA = \frac{Q'}{\epsilon_0} = \frac{\rho A x}{\epsilon_0}$$

$$\to E = \frac{\rho x}{\epsilon_0}\,, \quad \bar{E} = \hat{x}\,\frac{\rho x}{\epsilon_0}$$

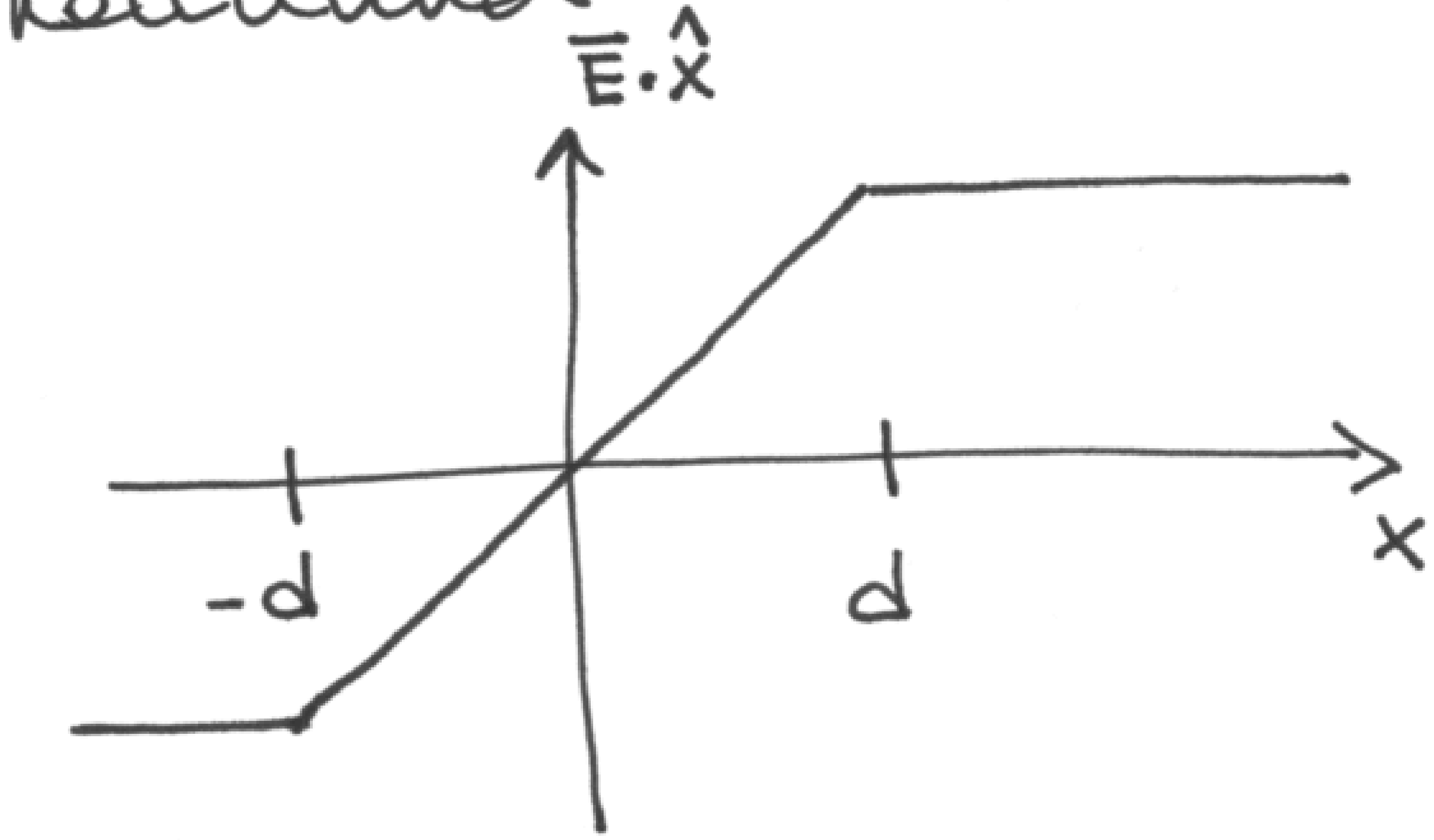
fyrir $x \geq d$

$$\Phi = \bar{E}\cdot\bar{A} = EA = \frac{\rho A d}{\epsilon_0}$$

$$\to E = \frac{\rho d}{\epsilon_0}\,, \quad \bar{E} = \hat{x}\,\frac{\rho d}{\epsilon_0}$$

Fyrir $x < 0$ fæst samskonar lausn, en stefna $\bar{E}$ snýst við og í miðju er $\bar{E} = 0$

Lausnin er greinilega samfelld við yfirborð hellunnar



c) Reikna $\overline{E}$ þegar $\rho(x) = \rho_0 \left(\frac{x}{d}\right)^2$

$$\oint \overline{E}\cdot d\overline{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Aftur fæst samskonar lausn fyrir $x \leq 0$ nema hvað stefna $\overline{E}$ snýst við, (stefna $\overline{A}$ út úr hellunni verður í $-\hat{x}$-átt).

fyrir $0 < x \leq d$

$$\Phi = \overline{E}\cdot\overline{A} = EA = \frac{Q'}{\epsilon_0} = \frac{\rho_0 A}{\epsilon_0 d^2}\int_0^x (x')^2 dx' = \frac{\rho_0 A x^3}{3\epsilon_0 d^2}$$

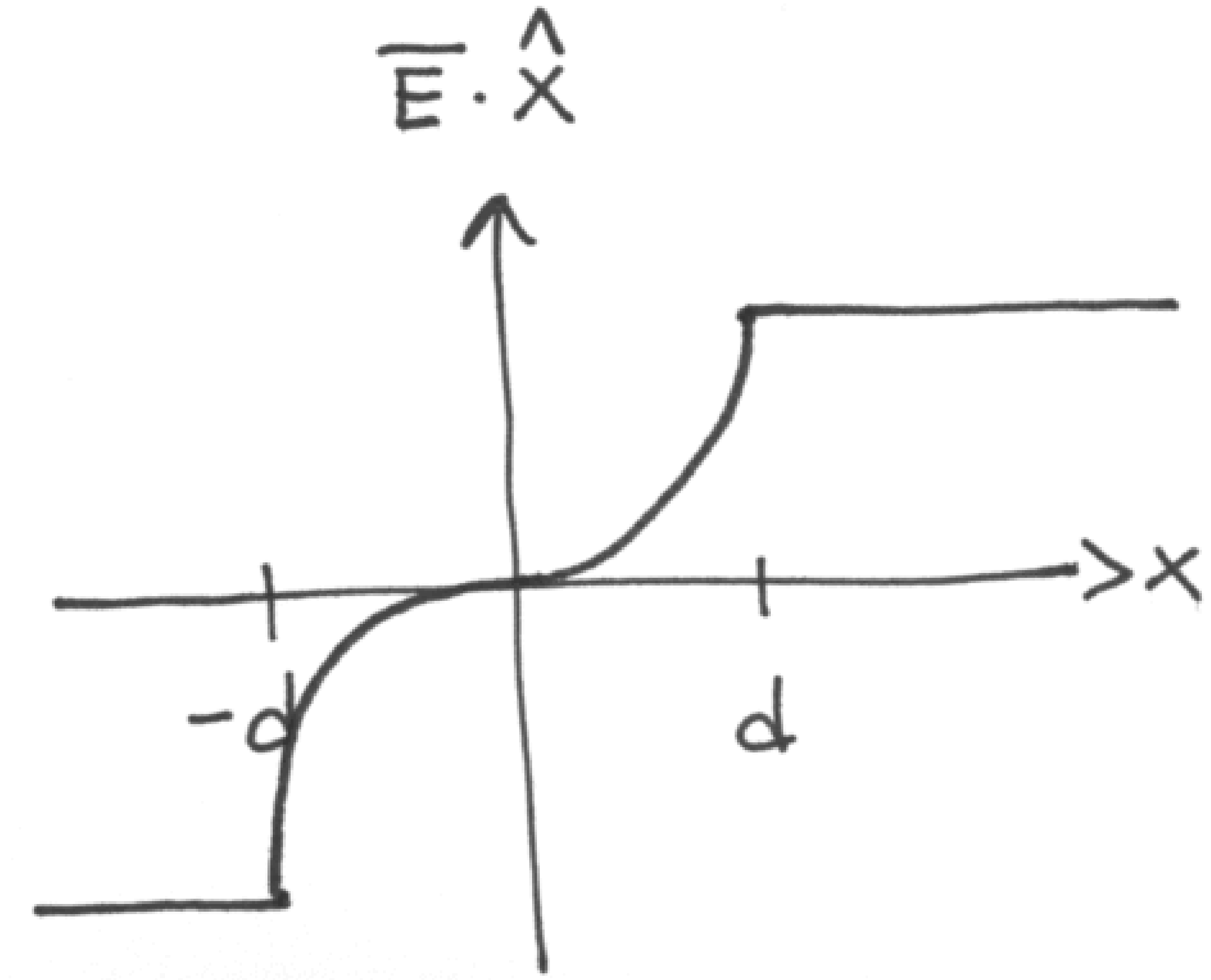
$$\rightarrow \overline{E} = \hat{x}\,\frac{\rho_0 x^3}{3\epsilon_0 d^2}$$

Ágætt er að sannreyna að lausnin hefur sömu vídd og áður

fyrir $x \geq d$

$$\Phi = \overline{E}\cdot\overline{A} = EA = \frac{\rho_0 A}{\epsilon_0 d^2}\int_0^d (x')dx' = \frac{\rho_0 A d}{3\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \overline{E} = \hat{x}\,\frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0}$$



(2)

Kúlulaga regndropi með geisla a_0 og jafndreifða hleðslu $-q_0$

a) spennan við yfirborð?

Fyrir utan dropann gildir $V(r) = \dfrac{-q_0}{4\pi\epsilon_0 r}$, með $V(r) \xrightarrow[r\to\infty]{} 0$

Rafstöðumættið er samfellt í yfirborði dropans

því fæst

$$V(a_0) = \frac{-q_0}{4\pi\epsilon_0 a_0}$$ fyrir spennuna við yfirborðið

b) Tveir slíkir dropar sameinast $\rightarrow$ rúmmál tvöfaldast

$\rightarrow$ heildar hleðslan verður $Q_T = -2q_0$

Rúmmál eins dropa $V_d = \frac{4\pi}{3} a_0^3 \rightarrow a_0 = \left(\frac{3V_d}{4\pi}\right)^{1/3}$

$\rightarrow$ rúmmál nýja dropans verður $V_d' = 2V_d$

5

og geisli hans verður $a_0' = \left(\frac{3V_d'}{4\pi}\right)^{1/3} = (2)^{1/3}\left(\frac{3V_d}{4\pi}\right)^{1/3}$

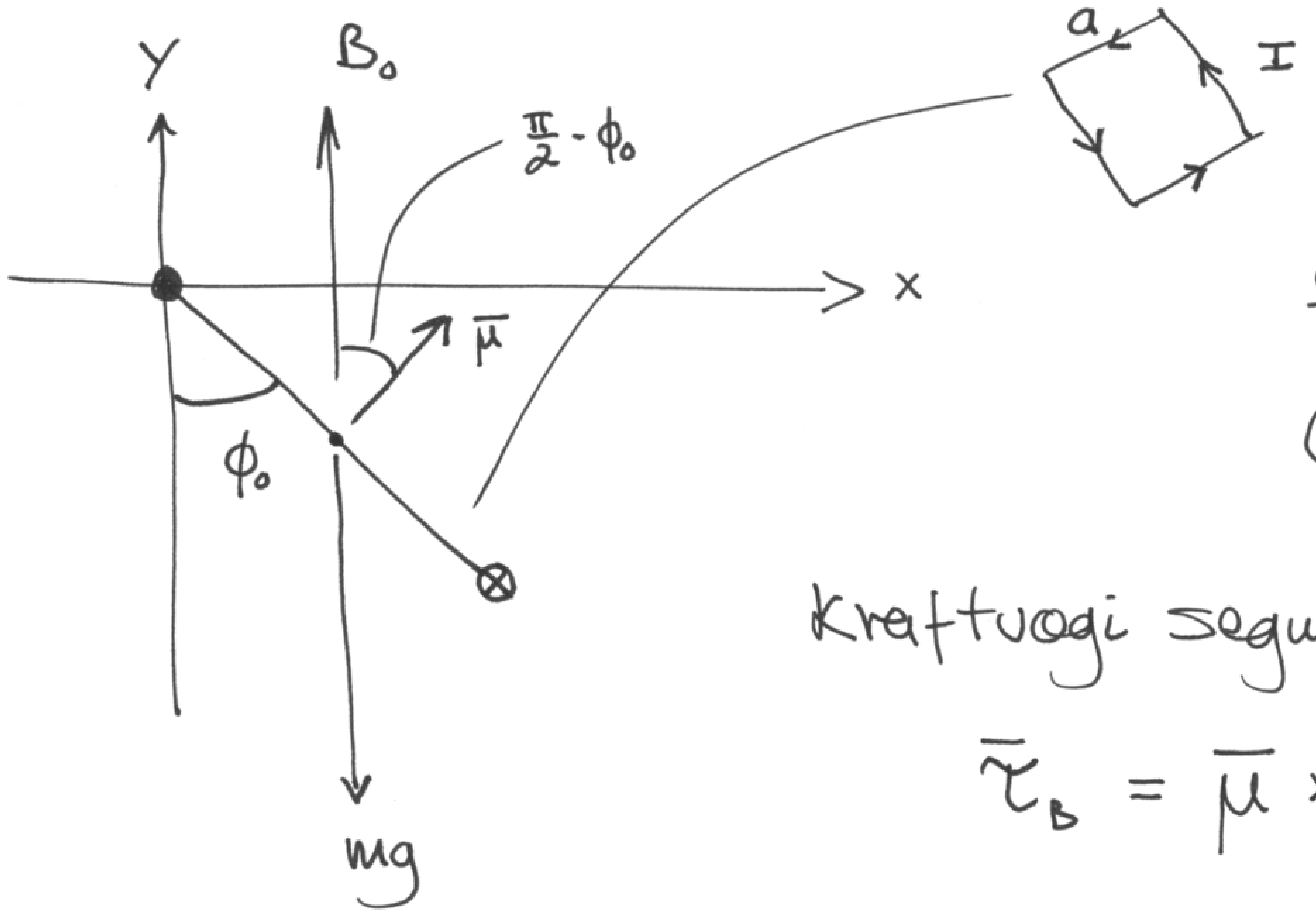
$$= (2)^{1/3} a_0$$

Spennan við yfirborð nýja dropans verður því

$$V'(a_0') = \frac{Q_T}{4\pi\epsilon_0 a_0'} = -\frac{2q_0}{4\pi\epsilon_0 (2^{1/3}) a_0}$$

$$= -\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 a_0}(2)^{2/3} = \underbrace{(2)^{2/3}}_{\sim 1{,}59}\ \underbrace{V(a_0)}_{\text{yfirborðsspenna annars dropans fyrir sameiningu}}$$

③



Segulvogi lykkju um fánann $\bar{\mu} = I a^2 \hat{n}$

(einn vafningur $N=1$)

Kraftvogi segulsviðs

$$\bar{\tau}_B = \bar{\mu} \times \bar{B}_0 = I a^2 B_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_0\right)$$

Kraftvogi þyngdarkrafts

$$\bar{\tau}_g = \bar{r} \times \bar{F}_g = -\frac{a}{2} mg \sin\phi_0$$

Kraftvogin verða að styttast út í jafnvogi

$$\hookrightarrow \quad I a^2 B_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_0\right) - \frac{a}{2} mg \sin\phi_0 = 0$$

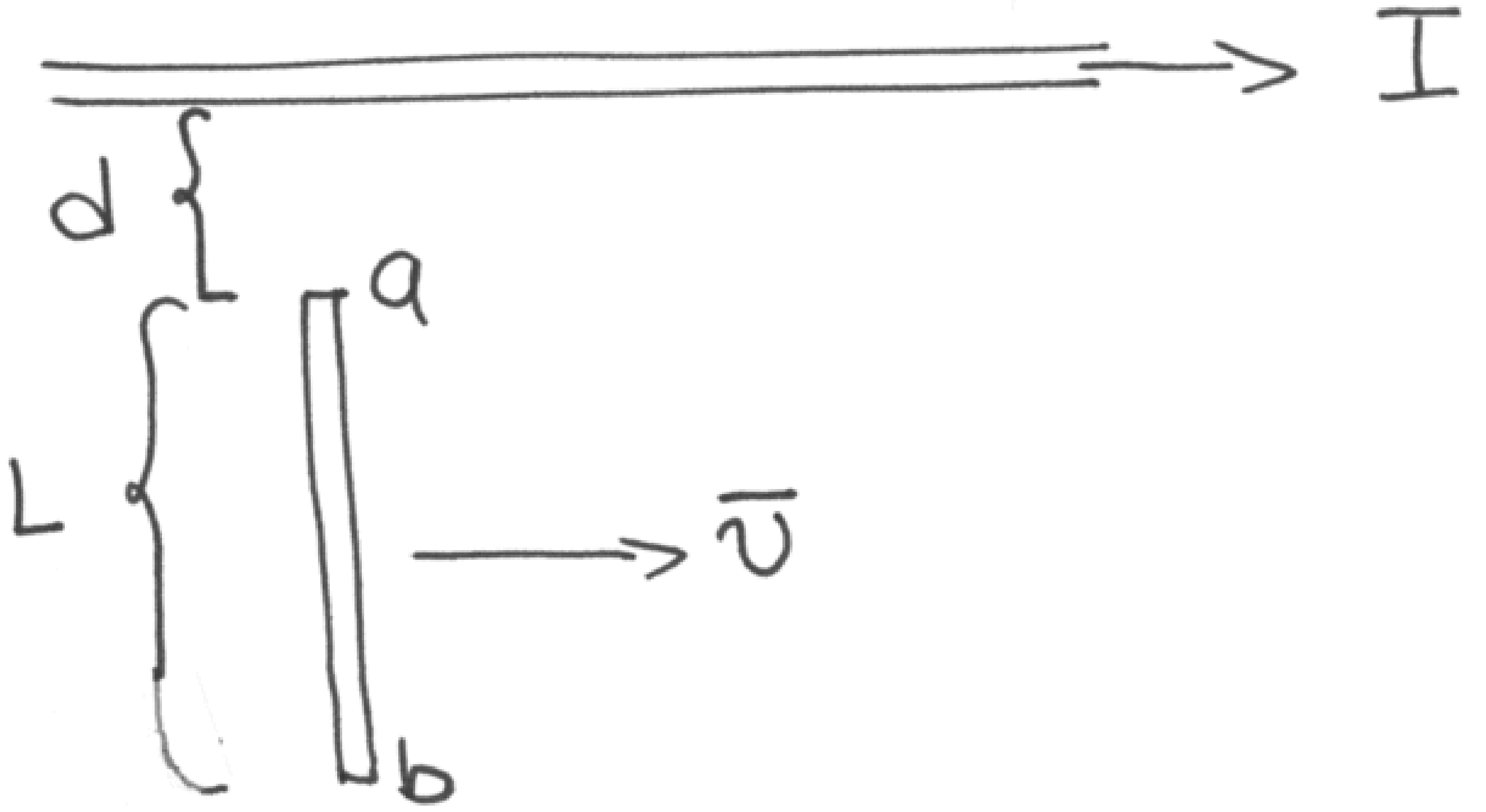
eða

$$I a^2 B_0 \cos\phi_0 - \frac{a}{2} mg \sin\phi_0 = 0$$

$$\rightarrow \quad I = \frac{mg}{2aB_0} \tan\phi_0$$

Hér má sjá að aukinn massi fána krefst meiri straums til að ná ϕ_0 og hærra segulsvið þýðir lægri straum til að ná ϕ_0

(4)



Segulsviðið um vírinn er

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{(Amperes lögmál)}$$

með stefnu eftir sammiðja hringum. Sviðið er því alltaf þvert á stöngina

a) Íspenna:

Lorentz kraftur á hleðslu í stöng

$$\bar F = q(\bar v \times \bar B) = q\bar E$$

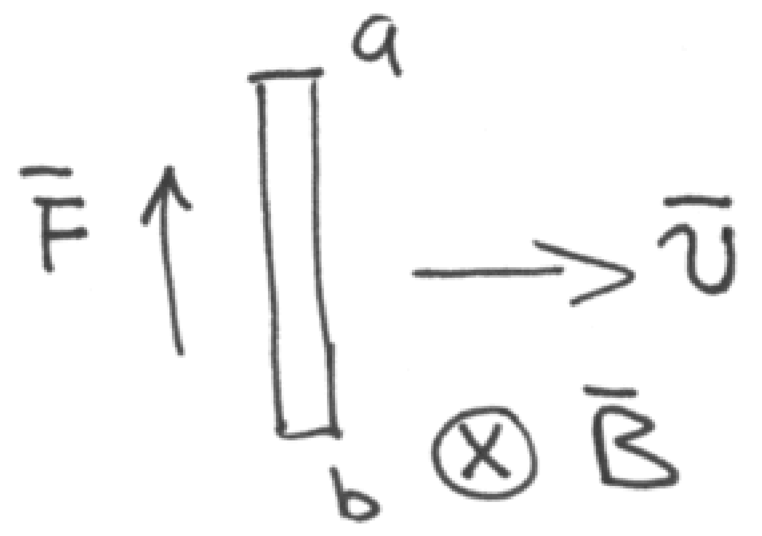
rafsviðið sem myndast í stöng vegna færslu hennar um segulsviðið, en segulsviðið er ekki fasti

Íspennan í stönginni

$$d\mathcal{E} = (\bar v \times \bar B)\cdot d\bar r = vB\,dr$$

$$\mathcal{E} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \int_{d}^{d+L} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$$

b) Hægri handar regla segir okkur að fyrir jákvæða hleðslu sé



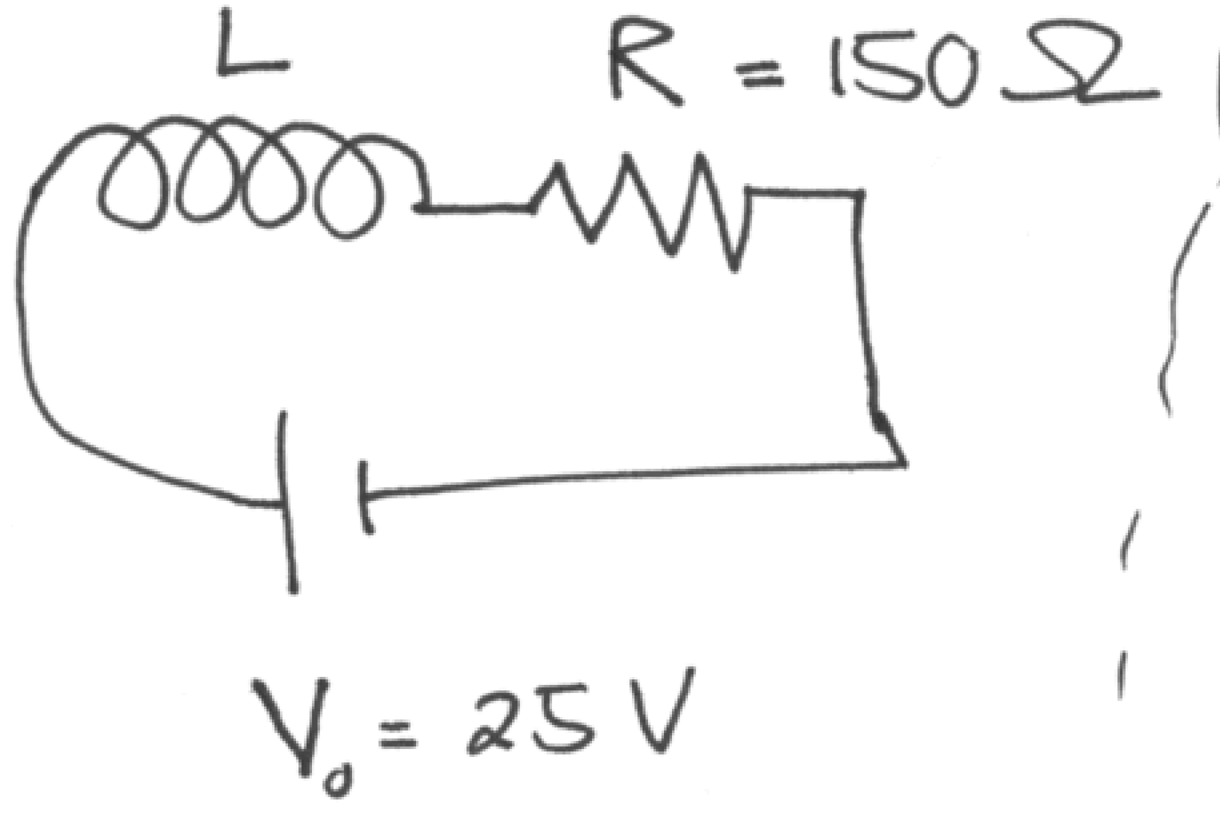
krafturinn $\bar{F}$ upp eftir stönginni og styrkur hans vaxi því nær sem "a" er komið því safnast jákvæðar hleðslur þar fyrir

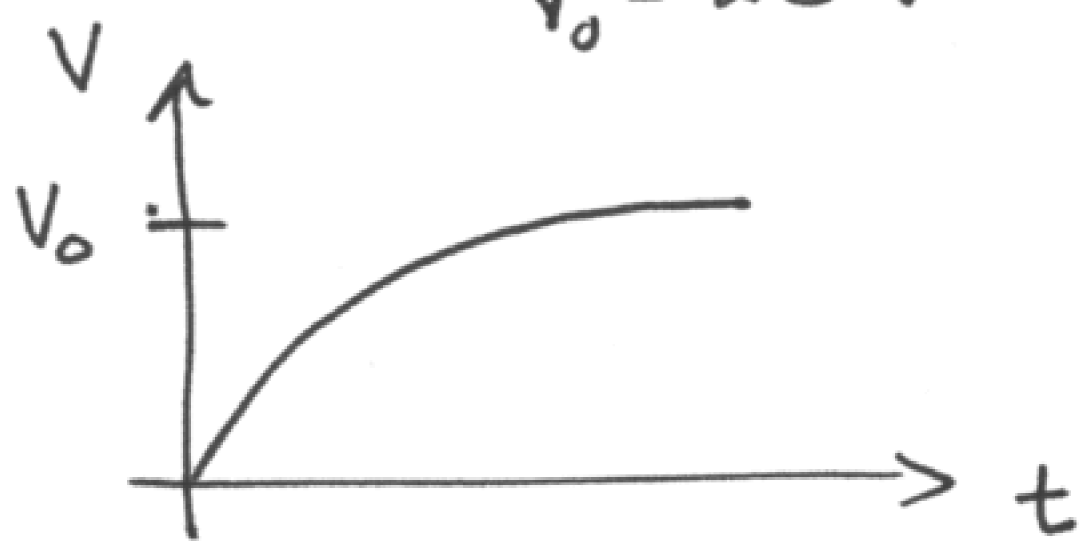
-> Efri endi stangarinnar er við hærri spennu þar sem jákvæðar hleðslur hafa safnast fyr–

c) Lykkja í stað stangar?

enginn straumur spanast, efri hluti lykkjunnar verður við hærri spennu en sá lægri -> enginn heildar straumur

5





a) Þar sem straumur og spenna vaxa á sama tíma er sveiflusjáin tengd yfir viðnámið

b) $V_R \rightarrow V_0$ þ. $t \rightarrow \infty$

$\rightarrow$ innra viðnám spólu er núll

Spanstuðulinn verður að meta frá

$$V_R = V_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

t.d.: þegar $t = \tau$ fæst $V_R = V_0(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63\,V_0$

grafið sýnir að þetta gerist þ. $t \approx 0{,}5\,\text{ms} = \tau$

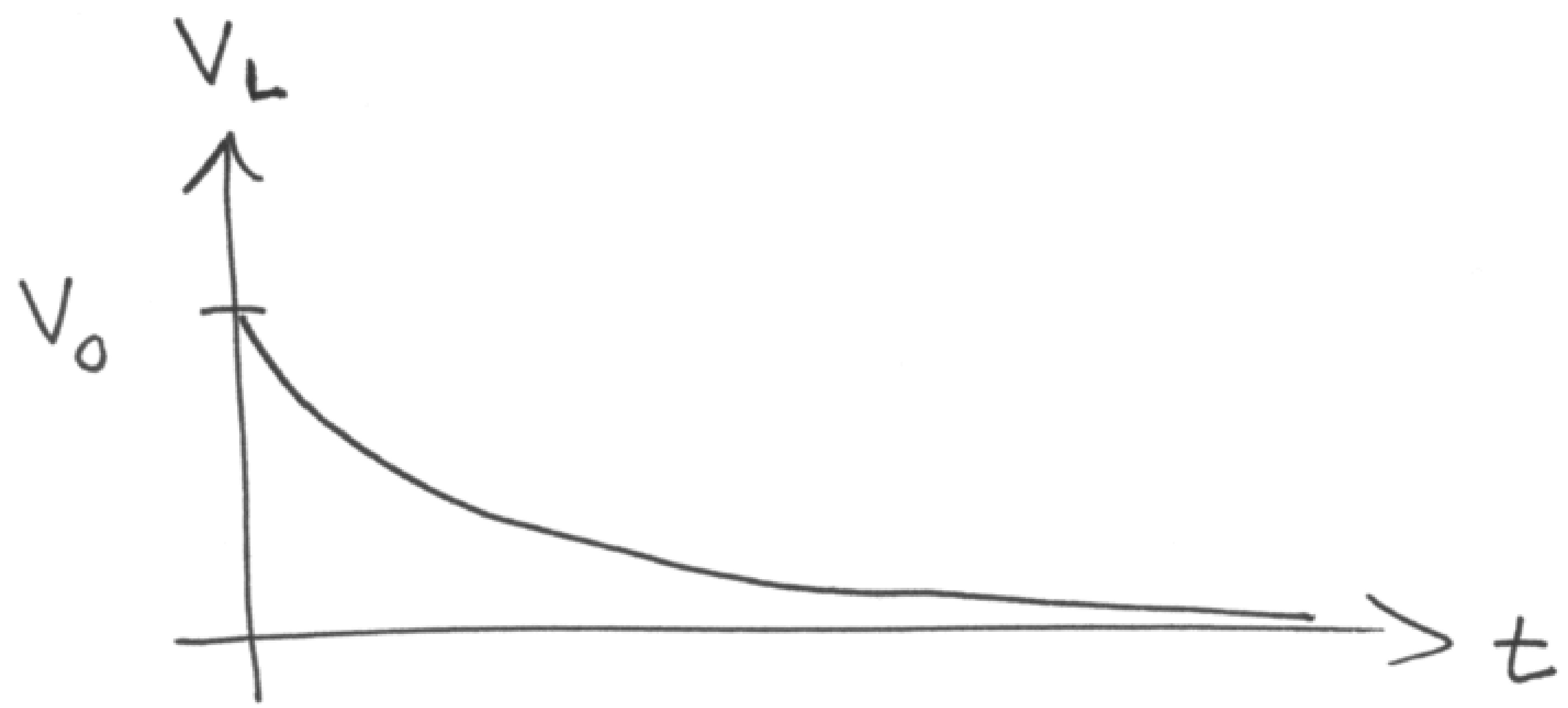
og við vitum $\tau = \frac{L}{R} \rightarrow L = \tau R = (0{,}5\,\text{ms})(150\,\Omega)$

$$= 0{,}075\,\text{H}$$

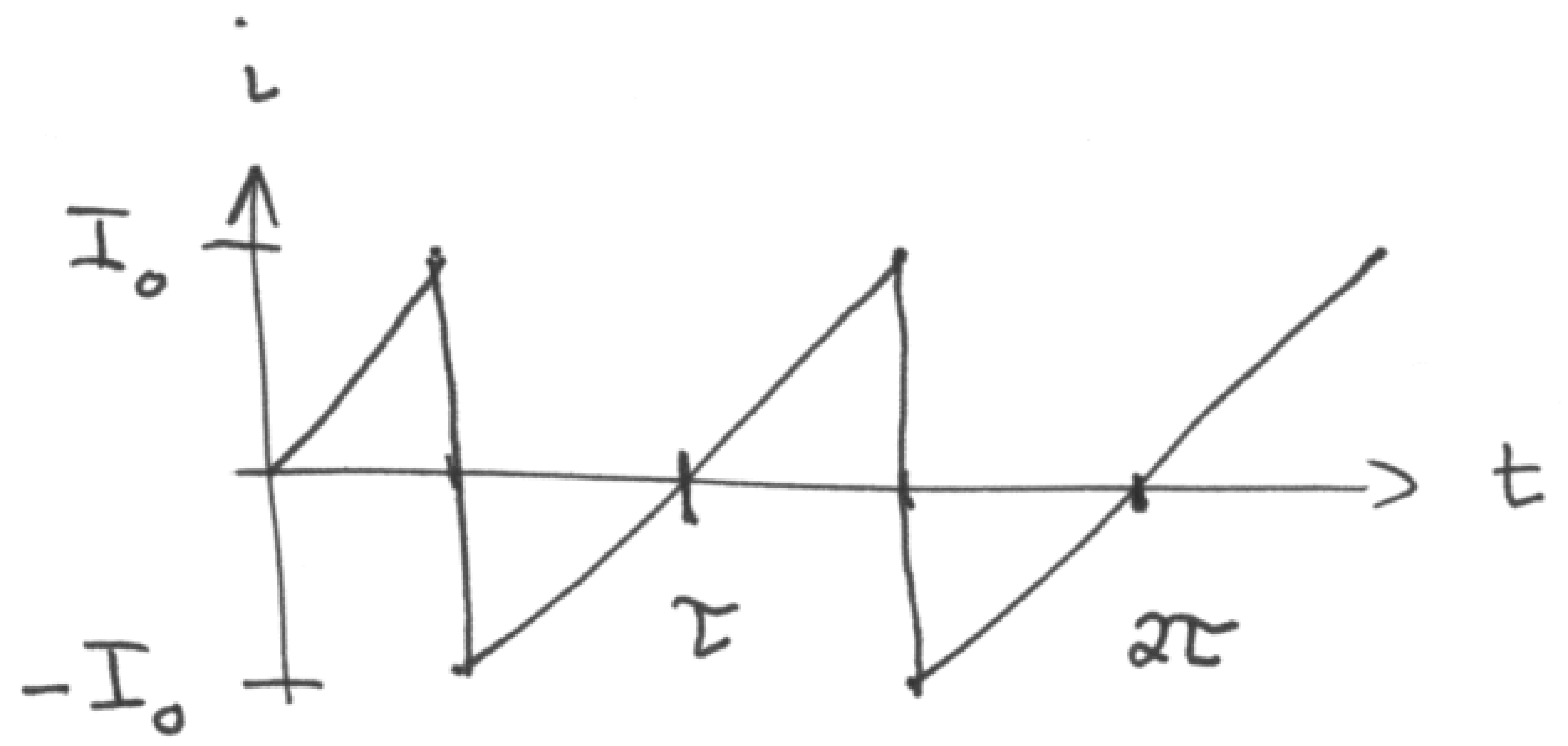
c) Sveiflusjáin tengd yfir spóluna

$$V_0 - V_R - V_L = 0$$

$$\rightarrow V_L = V_0 - V_R = V_0 - V_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = V_0 e^{-t/\tau}$$



6



Meðal straumurinn í rásinni er 0 vegna þess að grafið sýnir jafn mikla svæði ofan og neðan t-áss í einni lotu.

Fernings meðaltal

Jafna fyrir strauminn í lotu, t.d. á bilinu $[-\tau/2, \tau/2]$

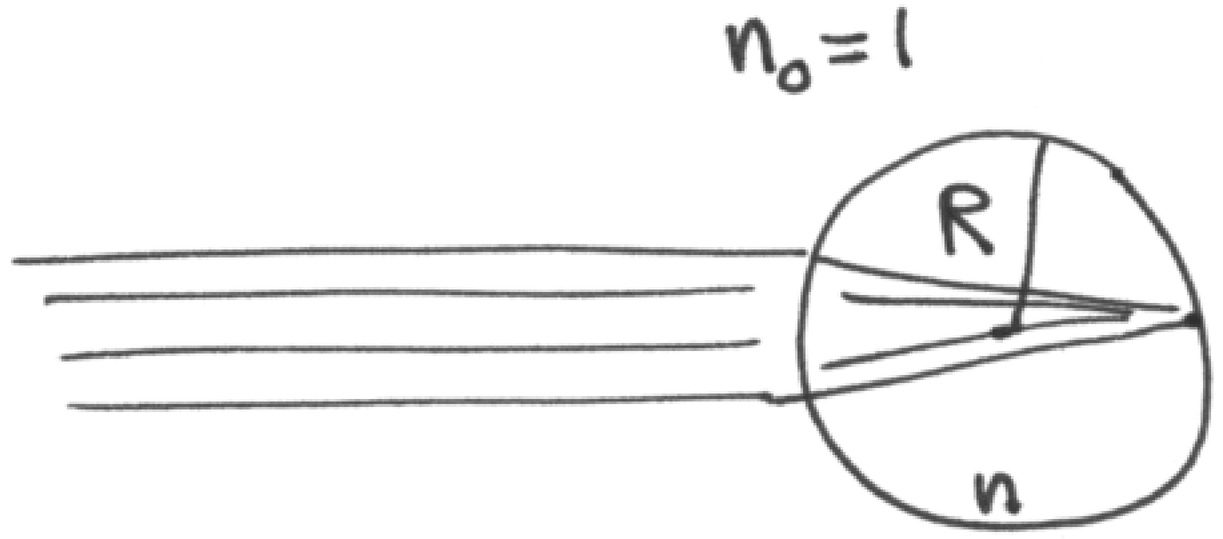
er $\quad i(t) = \dfrac{2I_0}{\tau}t \quad \longrightarrow$

$$\longrightarrow \int_{-\tau/2}^{\tau/2} i^2(t)\,dt = 2\int_0^{\tau/2} i^2(t)\,dt = \frac{I_0^2\tau}{3}$$

$$\langle i^2 \rangle = \frac{\frac{I_0^2 \tau}{3}}{\tau} = \frac{I_0^2}{3}$$

og $$I_{rms} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$$

7



Um þetta gildir

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Hér $n_1 = n_0 = 1$ $\quad p \longrightarrow \infty$

$n_2 = n$ $\quad q = 2R$

$$\longrightarrow \underbrace{0 + \frac{n}{2R} = \frac{n-1}{R}}$$

$$\longrightarrow \frac{n}{2} = n - 1 \longrightarrow \boxed{n = 2}$$