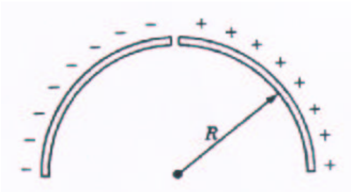
Háskóli Íslands
Raunvísindadeild
Eðlisfræðiskor

09.21.22 Eðlisfræði 2 R

Próf laugardaginn 11. maí 2002, kl. 13:30 - 16:30.

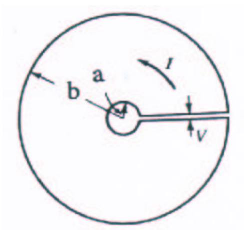
Leyfileg hjálpargögn: skriffæri og teikniáhöld (reglustika, sirkill). Prófið er 7 verkefni sem öll vega jafnt. Með prófinu fylgir jöfnusafn (3 bls.). Skrifið allar útleiðslur skýrt og greinilega, með teikningum og hnitmiðuðum skýringum þar sem það á við.

1. Mjóar stangir eru beygðar í tvo 90°-boga úr hring eins og myndin sýnir. Önnur hefur jafnan rafhleðsluþéttleika λ Coul/m en hin $-\lambda$ Coul/m, $\lambda > 0$. Finnið rafmættið V í miðpunkti hringsins (ef það er 0 í óendanlegri fjarlægð), svo og styrk og stefnu rafsviðsins $\mathbf{E}$ þar.



2. Q er þekkt rafhleðsla á kyrrstæðri málmkúlu með radíus r. Langt frá henni (þ.e.$\gg r$) er önnur jafnstór kyrrstæð málmkúla með hleðslu $-xQ$ þar sem $x > 1$. Eftir að kúlurnar eru tengdar saman með vír, verður fráhrindikraftur milli þeirra, að stærð 4/5 af stærð upphaflega aðdráttarkraftsins. Finnið x, og einnig hve mikið rafstöðuorka kúlnanna breytist við að þær séu tengdar saman. Rafrýmd málmkúlu er $C = r/k$.

3. Kringlótt málmskífa hefur radíus b og þykkt t. Málmurinn hefur eðlisviðnám ρ. Gat með radíus a er í miðju skífunnar. Nú er söguð mjó rifa inn að gatinu, og rafhlaða með spennu V tengd þar yfir (allsstaðar á rétthyrndu þversniði málmsins). Finnið stærð straumþéttleikans J (í Amp/m^2) í skífunni og svo heildarstrauminn I. (Ábending: Hugsa má sér að skífan sé samsett úr mjóum sammiðja málmgjörðum með örþunnri einangrun á milli).



4. Aflöng vírspóla (solenoid) er vafin á beinan sívalan hólk. Hún hefur radíus r = 2 cm og lengd b = 20 cm. Vírinn hefur radíus a = 0.5 mm (og mjög þunna einangrunarhúð). Hann er úr málmi með eðlisviðnám $\rho = 2.\ 10^{-8}$ ohm.m. Vírinn er í einu lagi á hólknum, með vafningana þétt saman. Svonefndur tímastuðull fyrir þessa spólu er $\tau = L/R$ þar sem L er sjálfspan spólunnar og R viðnám hennar. μ_0 er $4\ \pi.\ 10^{-7}$ SI-einingar. Áætlið tölugildi stærðarinnar τ.

5. Inn í raðtengda undirdempaða LCR-rás er bætt riðstraums-aflgjafa (án innra viðnáms) sem gefur frá sér íspennuna $v(t) = v_0 \sin \omega t$. Við látum nú horntíðnina ω breytast smátt og smátt frá 0 til óendanlegs, en v_0 er fasti. Útslag (amplitude) spennunnar yfir þéttinn C kallast v_{0C}. Finnið
a) markgildið á v_{0C} við $\omega \ll \omega_0$ (þar sem $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$)
b) gildið á ω þar sem v_{0C} nær hámarki.

6. a) Holspegill er partur af kúlufleti sem hefur radíus R. Sýnið með teikningu, hvernig svonefnd brennivídd spegilsins, f (fyrir geisla sem falla á kúluflötinn innanverðan), tengist R.
b) Ef horft er í einn slíkan holspegil með $R = 120$ cm, sér maður upprétta sýndarmynd (erect virtual image) af auga sínu, í tvöfaldri stærð á hvern veg. Hvað er augað þá langt frá speglinum ?

7. Nýlega kom frétt frá IBM þess efnis að tekist hefði að gera smára og örrás úr kolpípum. Við væga örvun er búist við að rafeindirnar í kolpípum hagi sér eins og agnir í einni vídd. Víxlverkandi rafeindir í einni vídd hafa mjög sérstaka eiginleika. Ein hugmynd er að þær myndi svo kallaðan Luttinger-vökva og langbylgjunálgun fyrir rafviðtakið sé

$$\chi(\mathbf{k}, \omega) = \frac{k^2 |k| \epsilon_0 v_0}{\omega},$$

þar sem v_0 er viss hraðafasti í kerfinu.

(a) Ef þessi tilgáta er rétt hvernig verður þá tvístursambandið fyrir einvíðar rafgasbylgjur í kerfinu?

(b) Í þrívíðum rafeindakerfum er tvístursambandið þannig að $\omega \sim \Omega_{pl}$, þar sem Ω_{pl} er föst tíðni háð rafeindaþéttleika og öðrum kennistærðum. Hvers vegna gætu rafgasbylgjur skipt meira máli í einvíðum en þrívíðum rafeindakerfum?

Við lausn þessa dæmis er nauðsynlegt að muna eftir skilgreiningunni á rafsvörunarfallinu ϵ og rafviðtakinu χ hér:

$$\phi(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon^{-1}(\mathbf{k}, \omega) \phi^{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\left\{1 - \frac{1}{\epsilon_0 k^2} \chi(\mathbf{k}, \omega)\right\}} \phi^{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega)$$