

EDL302G Affræði

Fimmtudaginn 4. október 2018, kl. 10:00-11:30.
Miðmisserispróf. Kennari: Viðar Guðmundsson.

Leyfileg hjálpargögn eru skriffæri og vasareiknivél.

Í prófinu eru 4 verkefni sem öll vega jafnt. Skrifðu skýrt og greinilega allar útleiðslur með hnitmiðuðum stuttum skýringum þar sem það á við. Öll verkefni eru lögð fyrir á íslensku og ensku.

1. **Íslenska:** Ögn með massa m rennur niður skáplan í þyngdarsviði. Skáplanið myndar horn θ við láréttan flöt og á móti hreyfingu agnarinnar vinnur kraftur $f = kmv^2$ í réttu hlutfalli við ferð hennar í örðu veldi. Sýnið að ögnin rennur vegalengd d úr kyrrstöðu á tímanum

$$t = \frac{\text{Arcosh}(e^{kd})}{\sqrt{kg} \sin \theta}.$$

English: Particle with mass m slides down an inclined plane in gravitational field. The plane is at an angle θ with the horizontal plane, and a force $f = kmv^2$ proportional to the second power of the velocity counteracts the motion of the particle. Show that starting from rest the particle slides a distance d in the time

$$t = \frac{\text{Arcosh}(e^{kd})}{\sqrt{kg} \sin \theta}.$$

2. **Íslenska:** Sýnið að stysta leið milli punktanna $(0, 0)$ og $(1, 1)$ í sléttu sé beina línan $y = x$. Notið til þess hnikareikning og hnikunarfallið $y(\alpha, x) = x + \alpha \sin\{\pi(1 - x)\}$ með hnikunarstíkanum α .

English: Show that the shortest path between the points $(0, 0)$ and $(1, 1)$ in a plane is the straight line $y = x$. Use variational calculus and vary the function $y(\alpha, x) = x + \alpha \sin\{\pi(1 - x)\}$ with the variation parameter α .

3. **Íslenska:** Einfaldur pendúll með massa m og lengd b er hengdur upp í tímaháðum punkti $x = a \sin(\omega t)$. Finnið fall Lagrange fyrir pendúlinn og leiðið út hreyfijöfnu hans frá því.

English: Simple pendulum with mass m and length b is fixed to a time-dependent point $x = a \sin(\omega t)$. Find the Lagrangian for the pendulum and use it to derive its equation of motion.

4. **Íslenska:** Ögn með massa m fellur úr kyrrstöðu að kraftmiðju $F = -mk^2/r^3$. Sýnið að ögnin fari úr $r = d$ inn í kraftmiðjuna á tímanum d^2/k .

English: Particle with mass m falls from rest to the center of the force $F = -mk^2/r^3$. Show that the particle gets from $r = d$ into the center of the force in time d^2/k .