

## 09.21.62 Skammtafræði 2

### Tíma- og heimadæmi

#### Kennari: Viðar Guðmundsson

Til umfjöllunar 24. febrúar: Meðan við erum rétt að taka fyrstu skrefin í fjöleindalýsingunni æfum við virkjaalgebru sem finna má í „Cohen-Tannoudji“ á blaðsíðum 556 - 558. Það má vera að nemendur hafi séð þessi að svipuð dæmi áður, en grunnurinn úr virkjaalgebrunni mun nýtast í fjöleindafræðinni.

1. Setið eftirfarandi Hamiltonvirkja  $\hat{H}$  á hornalínuform, það er finnið einoka virkja  $U$  þannig að

$$H = Ea^\dagger a + V(a + a^\dagger); \quad E \text{ og } V \text{ eru fastar}$$

verði á hornalínuformi með  $[a, a^\dagger] = \beta^2$  jákvæðan fasta. Reynið þetta með umformun sem varpar  $b \rightarrow ua + v$  þ.s.  $u, v \in C$  og minnst hreintóna sveifilsins. Á hornalínuform er

$$H = \mathcal{E}b^\dagger b.$$

Hér vantar hliðrunarfasta í Hamiltonvirkjana, þ.e. núllpunktsorku.

2. Tímaóháðu kerfi er lýst með Hamiltonvirkjanum, ástöndunum og rófinu

$$H = \hbar\omega(a^\dagger a + 1/2), \quad H_0|n\rangle = E_n|n\rangle, \quad E_n = \hbar\omega(n + 1/2), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Klukkan  $t = 0$  bætist tímaháður liður við Hamiltonvirkjann

$$W(t) = \hbar\Omega(a^\dagger + a)\theta(t),$$

þar sem  $\theta$  er þrepafallið. Hreyfijafna kerfisins er nú

$$i\hbar\partial_t|\psi(t)\rangle = (H_0 + W(t))|\psi(t)\rangle.$$

Kerfið eða eindin er upphaflega í grunnástandinu  $|\psi(0)\rangle = |0\rangle$ . Gerum ráð fyrir að ekki sé hægt að nota truflanareikning og finnið líkindi þess að kerfið verði áfram í grunnástandinu

$$\mathcal{P}_{00}(t) = |\langle 0|\psi(t)\rangle|^2.$$

Eftir að greinilausn er fundinn er gaman að skoða  $\mathcal{P}_{00}(t)$  sem fall af tíma ( $\omega t$ ) og styrkleika tímaháðaliðsins  $\lambda = \Omega/\omega$ .